

Lista de ejercicios - Polinomios

Matemática 2do EMS

Anthony de los Santos *

2026

Contenido :

1 Operaciones básicas entre Polinomios	2
2 Revisitamos las Funciones de 2do grado	2
3 División entre Polinomios	3
3.1 Esquema de Ruffini	3
4 Ceros de Polinomios	4
4.1 Teorema de Descartes y del Resto	4
4.2 Determinación de la expresión de $f(x)$	5

*Los ejercicios y comentarios presentados aquí son de mi responsabilidad, por cualquier error visto contactar agregdelossantos@gmail.com

1 Operaciones básicas entre Polinomios

A modo introductorio, en esta sección estaremos trabajando con las operaciones de suma, resta y producto entre polinomios.

Sean los siguientes polinomios,

- $f(x) = x^4 + 2x^2 - 1$
- $g(x) = x^2 + x - 2$
- $h(x) = x - 1$
- $y(x) = -3x^4 - 6x$
- $w(x) = -2x^3 + 2x^2 - 2$

Realizar las siguientes operaciones,

- $f(x) + g(x)$
- $g(x)y(x)$
- $f(x)g(x) - w(x)$
- $2h(x) - g(x)$
- $w(x)g(x)$
- $f(x) + g(x) - h(x)y(x)$

2 Revisitamos las Funciones de 2do grado

Una función cuadrática (o también conocida como, función de segundo grado) es una función polinómica de la siguiente forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, en donde $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, es una función real, y los números reales a, b, c son los coeficientes de la expresión de f , siendo el coeficiente a , el coeficiente principal.

En lo que sigue, realizar un Estudio Analítico de las siguientes funciones y también su Representación Gráfica. (Con estudio analítico refiero a, determinar las raíces, ordenada en el origen, estudio del signo de la función, coordenadas del vértice (si es máximo o mínimo) y posteriormente se realiza un bosquejo del gráfico de la función)

- $f(x) = -3x^2 - 3x + 6$
- $g(x) = 7x^2 - 14$
- $y(x) = x^2 + 2$

3 División entre Polinomios

Para continuar con operaciones entre polinomios, en esta sección estudiamos la [división](#) entre polinomios.

Primero estudiaremos lo que se conoce como [división entera](#) o sintética. Esto es, si queremos realizar la siguiente división $\frac{a(x)}{b(x)}$ entonces debemos encontrar un polinomio $q(x)$ y un polinomio $r(x)$ tal que, $a(x) = q(x)b(x) + r(x)$, en donde al polinomio $q(x)$ le llamamos "cociente" y el polinomio $r(x)$ "resto". Se debe tener en cuenta que el grado de $r(x)$ es menor al grado de $a(x)$ ($gr(a(x)) < gr(r(x))$)

Existen algunos métodos para resolver el problema de división de polinomios, como el Esquema de división entera, o el [Esquema de Ruffini](#) que veremos más adelante.

Primeros cálculos

Sea $f(x) = x^4 - 16$ y también $g(x) = x^2 + 4$, $w(x) = x^2 + 3x + 1$

¿ Que podemos decir de las operaciones $\frac{f(x)}{g(x)}$ y $\frac{f(x)}{w(x)}$?

Ahora realice la operación $\frac{f(x)}{x - 2}$

Ejercicio: Realizar las siguientes divisiones entre $a(x)$, $b(x)$

- $a(x) = 4x^3 - 7x^2 + 2x + 4$, $b(x) = x^2 - 2x + 1$
- $a(x) = 2x^3 - 8x^2 + 10x - 3$, $b(x) = 2x^3 - 3$
- $a(x) = -2x^3 + 14x^2 - 8$, $b(x) = x + 2$
- $a(x) = -12x^4 - x^3 + 4x^2 - 3$, $b(x) = 3x + 1$

3.1 Esquema de Ruffini

Utilizando el esquema de Ruffini, resolver las siguientes divisiones, $\frac{a(x)}{b(x)}$

- $a(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 6$, $b(x) = x - 2$
- $a(x) = 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x - 10$, $b(x) = x + 3$
- $a(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 8x - 4$, $b(x) = x - 1$
- $a(x) = 3x^3 + 10x^2 - 7x - 12$, $b(x) = x + 4$

4 Ceros de Polinomios

Como repaso, dada una función $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, que en nuestro caso será una función polinómica de tercer grado, Real, del tipo $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, con $a \neq 0$ el coeficiente principal, llamamos el conjunto de los **Ceros** de la función $f(x)$, como el conjunto $C = \{x \mid f(x) = 0\}$. Esto es, los *ceros* (o también se les dice, las **raíces** de la función) son aquellos puntos x (*del Dominio*), que satisfacen la ecuación $f(x) = 0$.

Parte A)

Dada las siguientes funciones, determinar las raíces (*el conjunto de los ceros*),

- $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
- $g(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$
- $h(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 10$
- $y(x) = x^3 + 27$
- $z(x) = -\frac{x^3}{2} - \frac{3x^2}{8} + \frac{25x}{8} - \frac{3}{4}$

Parte B)

Para cada función (*de la Parte A*), estudiar el signo, crecimiento, y bosquejar el gráfico de la función. (*Para esta parte puede ser útil usar alguna herramienta computacional*)

4.1 Teorema de Descartes y del Resto

En lo que sigue, enunciamos los Teoremas del Resto y Teorema de Descartes (también conocido como Teorema del Factor)

- **Teorema del Resto.** El resto de la división de un polinomio $p(x)$ entre un binomio de la forma $(x - a)$ es igual al valor del polinomio evaluado en a . Esto es, sea R el resto de una división entre $p(x)$ y $(x - a)$, entonces $R = p(a)$.
- **Teorema de Descartes (o Teorema del factor)** el polinomio $p(x)$ es *divisible* entre $(x - a)$, si y sólo si, a es raíz de $p(x)$

Ejercicio 1) Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$

- Verificar si, $x = 2$ es raíz utilizando el Teorema del Resto.
- En caso de ser $x = 2$ raíz, verificar con la división $\frac{f(x)}{x-2}$
- Expresar $f(x)$ en su forma factorizada

Ejercicio 2) Dado el polinomio $p(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

- Utilizando el Teorema de Descartes, verificar que $x = 1$ es raíz de $p(x)$
- Determinar las raíces de $p(x)$ y expresarlo en su forma factorizada.

Ejercicio 3) Se sabe que el polinomio $p(x) = 2x^3 - kx^2 + 5x - 6$ es divisible entre $(x - 1)$

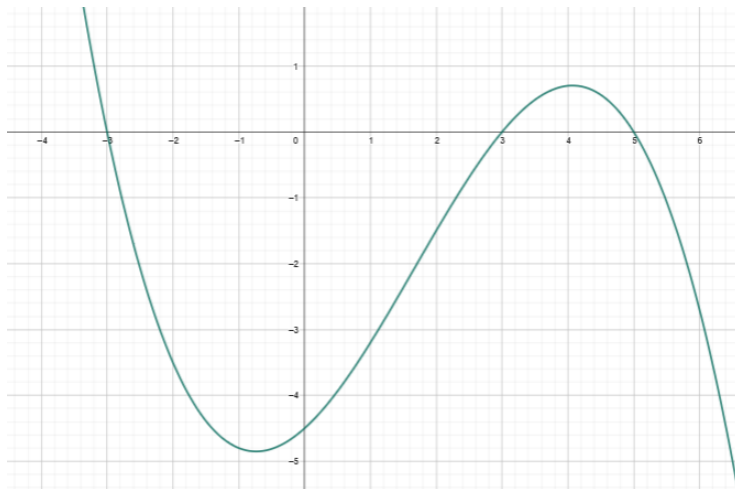
- Utilizando el Teorema de Descartes, encuentra el valor de la constante k
- Determinar las raíces de $p(x)$

4.2 Determinación de la expresión de $f(x)$

En lo que sigue, la idea es determinar la expresión (*la regla de asignación*) de una función $f(x)$ polinómica de grado 3, que cumple con las condiciones dadas a continuación,

- Tiene raíces en $x = -1$, $x = 2$, $x = 3$ y cumple $f(-2) = 80$
- Tiene raíces en $x = -5$, $x = 2$, $x = 4$ y cumple $f(3) = -24$
- Tiene raíces en $x = -4$, $x = 3$, $x = 0$ y cumple $f(2) = -36$

Según la gráfica de una función $f(x)$,



Determinar la expresión de $f(x)$ sabiendo que $f(1) = \frac{-16}{5}$